

ANALISIS PENENTUAN KONSTANTA PENGENDALI PID MENGGUNAKAN GARIS SINGGUNG METODE ZIEGLER-NICHOLS I PADA TITIK KOORDINAT KURVA TANGGAPAN KELUARAN *PLANT*

Gianita Anastasia Salamena¹⁾, Vicky Salamena²⁾

¹⁾MIPA Fisika Universitas Pattimura, ²⁾Teknik Elektro Politeknik Negeri Ambon
¹⁾gian.fisika10@gmail.com, ²⁾vickysalamena@gmail.com

ABSTRACT

The purpose of this study is to determine the PID controller constant using the Ziegler-Nichols type 1 method. This method applies the position of the tangent-line to the plant response curve to obtain the PID time constant values, namely delay-time (L) and constant-time-delay (T), then from the two values will be obtained the PID controlling constant, namely K_P , K_D dan K_I . In this discussion the tangent-line is determined analytically from the coordinate point of the plant response curve. Simulation with the matlab program is carried out on the equation of the plant transfer function to get the system response from the constant excitation DC motor plant and the AVR. The simulation result is a plant response curve that can be obtained coordinate points ranging from 10% to 90% steady-state conditions in order to obtain a pair of time and amplitude $[x; y]$. From these coordinate points two points are taken which are coordinate pairs that form the tangent-line equation for the plant response curve. The coordinate pairs taken are 40% - 60%, 30-70%, 20% -80% and 10% -90% steady-state conditions, and pass half the amplitude point at the 50% steady state coordinates. The tangent-line equation obtained from these four pairs of coordinates is calculated the value of the PID time constant for each pair of coordinates and then the PID constant for each pair is also calculated. By using the PID constant value from each pair of coordinates, a simulation is carried out in Matlab to obtain the plant response curve controlled using the PID controller. The simulation result curve that has response characteristics that meet the control criteria is the position of the optimal tangent-line of the four coordinate pairs. The results of the discussion state that the tangent-line obtained analytically from the coordinate points of the system/plant output response curve can be used to determine the PID control constants K_P , K_D dan K_I in under-damping and damped systems. Furthermore, the tangent obtained from the coordinate pairs of 30% - 70% and 20% - 80% can be used specifically (optimally) to determine the PID control constants in the output response of the damped system (constant excitation DC motor) and the non-damped system (AVR) which results in a good system performance.

ABSTRAK

Maksud dari penelitian ini adalah menentukan konstanta pengendali PID menggunakan metode Ziegler-Nichols tipe 1. Metode ini menerapkan posisi garis singgung terhadap kurva tanggapan *plant* untuk memperoleh nilai konstanta waktu PID yaitu waktu-tunda (*delay-time*, L) dan konstan-waktu-tunda (*time-delay-constant*, T) yang kemudian dari kedua nilai akan diperoleh konstant pengendali PID yaitu K_P , K_D dan K_I . Pada pembahasan ini garis singgung ditentukan secara analitis dari titik koordinat kurva tanggapan *plant*. Simulasi dengan program matlab dilakukan terhadap persamaan fungsi alih *plant* untuk mendapatkan tanggapan sistem dari *plant* motor DC eksitasi konstan dan AVR. Hasil simulasi adalah kurva tanggapan *plant* yang terdapat titik-titik koordinat mulai dari 10% sampai dengan 90% kondisi tunak, sehingga diperoleh pasangan waktu dan amplitude $[x; y]$. Dari titik-titik koordinat ini diambil dua titik yang merupakan pasangan koodinat yang membentuk persamaan garis singgung kurva tanggapan *plant*. Pasangan koordinat yang diambil adalah 40%-60%, 30-70%, 20%-80% dan 10%-90% kondisi tunak, dan melewati titik setengah amplitude di koordinat 50% kondisi tunak. Persamaan garis singgung yang diperoleh dari keempat pasang koordianat ini dihitung nilai konstanta waktu PID untuk setiap pasang koordinat dan selanjutnya dihitung pula konstanta PID untuk setiap pasangannya. Dengan menggunakan nilai konstanta PID dari setiap pasang koordinat dilakukan simulasi di matlab untuk mendapatkan kurva tanggapan *plant* hasil kendali menggunakan pengendali PID. Kurva hasil simulasi yang mempunyai karakteristik tanggapan/respon yang memenuhi kriteria kendali merupakan posisi garis singgung optimal dari keempat pasangan koordinat tersebut. Hasil pembahasan menyatakan bahwa garis singgung yang diperoleh secara analitis dari titik-titik koordinat kurva tanggapan keluaran sistem/plant dapat digunakan untuk menentukan konstanta pengendali PID (K_P , K_D dan K_I) pada sistem tidak-teredam (*under-damping*) dan teredam (*damped*). Selanjutnya garis singgung yang diperoleh dari pasangan koordinat 30% - 70% dan 20% - 80% dapat dipakai secara spesifik (optimal) untuk menentukan konstanta-konstanta pengendali PID pada tanggapan keluaran sistem teredam (motor DC eksitasi konstan) dan sistem tidak-teredam (AVR) yang menghasilkan unjuk kerja sistem yang baik.

Kata-kunci: pengendali-PID; kurva-tanggapan-keluaran; garis-singgung; pasangan-koordinat

1. PENDAHULUAN

Pengendali PID merupakan salah satu jenis pengendali yang banyak digunakan di industri untuk mengendalikan motor-motor listrik yang menggerakkan berbagai beban berkapasitas besar maupun kecil (Kambiz A.T., et al., 2012). Pengendali PID berfungsi memperbaiki proses peralihan (*transient*) dari tanggapan (*response*) keluaran sistem yang dikendalikan (*plant*). Pengendali ini dibangun oleh tiga komponen rangkaian Proporsional, Integral dan Diferensial. Masing-masing komponen ini mempunyai nilai konstanta penguatan (*gain*) yang mempengaruhi unjuk kerja pengendali PID memperbaiki tanggapan peralihan keluaran *plant*. Konstanta-konstanta Proporsional, Integral dan Diferensial atau konstanta PID diperoleh dari tanggapan keluaran *plant* loop terbuka yang dipengaruhi oleh fungsi alih sistem tersebut. Ada beberapa metode yang sering digunakan untuk menentukan nilai konstanta PID salah satunya adalah metode Ziegler-Nichols tipe 1 yang digunakan pada tanggapan sistem dengan masukan langkah (*input step*) (K.J. Astrom et al., 2004).

Konstanta PID yang diperoleh dengan metode Ziegler-Nichols tipe 1 ditentukan oleh posisi garis singgung pada periode peralihan tanggapan keluaran sistem loop terbuka *plant* [Abdul Aziz Ishak dan Muhammed Azlan Hussain, 2000]. Posisi garis singgung ini menentukan parameter-parameter waktu yang akan dipakai untuk menentukan konstanta penguatan proporsional, konstanta waktu integral dan konstanta waktu diferensial, selanjutnya dapat dicari konstanta penguatan integral dan diferensial. Bila penetapan posisi garis singgung ini tidak sesuai maka akan didapat nilai-nilai konstanta waktu yang tidak cocok sehingga mempengaruhi penentuan nilai-nilai konstanta penguatan PID yang membuat tanggapan peralihan *plant* makin buruk. Kesalahan dapat terjadi saat menempatkan garis singgung dengan cara manual (menggambarkan sendiri secara terpisah) pada kurva tanggapan keluaran *plant* yang dihasilkan oleh penggambaran sebuah program aplikasi, juga proses penskalaan yang tidak akurat. Hal tersebut merupakan kendala dalam menentukan posisi garis singgung secara grafis pada kurva tanggapan *plant*.

Pada kajian ini untuk mengeliminasi kendala penentuan secara grafis, proses penentuan posisi garis singgung pada kurva tanggapan *plant* dilakukan secara analitis berdasarkan teori persamaan garis singgung melalui titik-titik koordinat pada tanggapan keluaran *plant*. Dalam analisis tanggapan keluaran suatu sistem kendali, tanggapan keluaran sistem/*plant* dikenal dengan titik-titik koordinat amplitude dan waktu pada kurva

tanggapan keluaran, yang ditentukan berdasarkan prosentase kenaikan amplitude terhadap kondisi amplitude dalam keadaan tunak (*steady-state*). Pada posisi keadaan tunak amplitude bernilai 100% dari besaran fisik amplitude itu sendiri. Titik-titik koordinat yang digunakan berawal dari 10% keadaan tunak sampai dengan 90% keadaan tunak. Untuk menentukan persamaan garis singgung pada sebuah kurva diperlukan diperlukan dua titik koordinat atau dikenal sebagai pasangan koordinat, sehingga dalam menentukan posisi garis singgung pada kurva tanggapan *plant* diantara 10% sampai dengan 90% keadaan tunak ada lebih dari satu pasang koordinat dan akan mendapatkan beberapa posisi garis singgung. Setiap posisi garis singgung yang mungkin terjadi akan dipakai untuk menentukan konstanta pengendali PID dan dengan nilai-nilai konstanta tersebut akan disimulasikan di program matlab yang nantinya menghasilkan tanggapan keluaran sistem sebagai hasil dari pengendalian PID untuk beberapa posisi garis singgung. Dari semua hasil simulasi tanggapan keluaran dengan pengendali PID akan ditentukan/ dipilih kurva tanggapan keluaran yang memenuhi kriteria tanggapan/ respon keluaran sistem kendali yang memperbaiki kurva tanggapan keluaran *plant*. *Plant* yang digunakan dalam kajian ini sebagai obyek kendali adalah motor DC eksitasi konstan yang mewakili sistem dengan tanggapan keluaran *plant* teredam dan *automatic voltage regulator* (AVR) yang mewakili sistem dengan tanggapan keluaran *plant* kurang teredam (berosilasi). Hasil dari penelitian ini adalah mengkaji sejauh mana penentuan garis singgung secara analitis dapat diterapkan untuk menentukan konstanta pengendali PID.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Kendali Proporsional, Integral dan Diferensial (PID)

Kendali PID merupakan suatu metode yang sering digunakan untuk memperbaiki tanggapan keluaran suatu sistem (*plant*). Kendali ini terdiri dari tiga komponen Proportional–Integral–Derivatif yang dapat dipakai terpisah atau bersama-sama, yaitu Proporsional kendali P, Proportional–Integral kendali PI dan Proportional–Integral–Derivatif kendali PID tergantung dari karakteristik sistem yang akan diperbaiki tanggapan (*response*) keluarannya. Persamaan fungsi alih kendali PID adalah sebagai berikut (Zaidir J., 2015),

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

dengan:

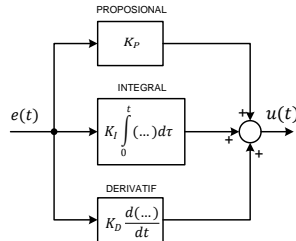
$u(t)$: sinyal keluaran kendali PID,

$e(t)$: sinyal kesalahan (*error*), selisih set-point

dan umpan-balik,

- K_P : konstanta komponen Proposional,
- K_I : konstanta komponen Integral,
- K_D : konstanta komponen Derivatif.

Blok diagram kendali dari kendali PID dalam domain waktu ditunjukkan oleh Gambar 1.



Sumber: Zaidir J., 2015

Gambar 1 Blok kendali PID

Persamaan (1) disusun kembali menjadi,

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{K_I}{K_P} \int_0^t e(t) dt + \frac{K_D}{K_P} \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1)$$

Sehingga didapat konstanta waktu masing-masing komponen integral dan derivatif adalah,

$$T_i = \frac{K_P}{K_I} \text{ dan } T_d = \frac{K_D}{K_P} \quad (2)$$

Dengan demikian persamaan (1) dapat dinyatakan kembali menjadi,

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (3)$$

Persamaan (1) dinyatakan dalam bentuk Laplace sebagai berikut,

$$U(s) = \left(\frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \right) E(s) \quad (4)$$

Fungsi alih kendali PID yang diperoleh dari persamaan (4) adalah:

$$G(s)_{PID} = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \quad (5)$$

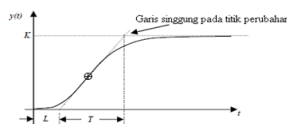
Perubahan nilai dari masing-masing konstanta dapat mempengaruhi tanggapan keluaran sistem. Pengaruh dari ketiganya berlaku secara simultan, sehingga nilai-nilai tersebut merupakan kombinasi konstanta-konstanta tersebut. Secara independen pengaruh nilai dari konstanta PID ditunjukkan pada Tabel 1, (Pandapotan S., 2011).

Tabel 1 Pengaruh nilai konstanta PID terhadap tanggapan keluaran sistem

PARAMETER	K_P	K_I	K_D
Rise-Time	menurunkan	menurunkan	berubah sedikit
Settling-Time	berubahan sedikit	meningkatkan	menurunkan
Overshoot	meningkatkan	meningkatkan	menurunkan
Error Steady-State	menurunkan	menghilangkan	berubah sedikit

Sumber: Zaidir J., 2015

Selanjutnya untuk menggunakan kendali PID perlu ditentukan konstanta-konstanta K_P , K_D dan K_I , nilai setiap konstanta PID ini ditetapkan berdasarkan karakteristik keluaran dari *plant* sehingga dapat memperbaiki tanggapan keluaran tersebut. Untuk mencari nilai-nilai konstanta PID sehingga mendapatkan keluaran kendali yang optimal ada metoda yang dianjurkan oleh Ziegler-Nichols, metoda ini disebut metoda Zeigler-Nichols I yang mengambil grafik keluaran sistem yang diberi input langkah (*step*). Metode tersebut digambarkan seperti Gambar 2, (Bachtiar dkk., 2011).



Sumber: Bachtiar dkk., 2011

Gambar 2 Kurva tanggapan keluaran loop terbuka sistem (*plant*)

Setelah mendapatkan kurva tanggapan sistem/*plant* kemudian secara grafis ditarik garis singgung kurva tersebut sehingga memotong sumbu

horizontal. Jarak dari '0' sampai ke perpotongan sumbu horisontal dengan garis singgung di sebut *Delay-time* dinotasikan dengan 'L', sedangkan sisa waktu sampai pada perpotongan garis singgung dengan garis tunak (K) adalah Konstanta-waktu-tunda yang dinotasikan dengan 'T'. Dari kedua besaran ini akan diperoleh nilai-nilai konstanta PID seperti ditunjukkan di dalam Tabel 2, nilai-nilai ini adalah hasil penalaan konstanta PID dengan metoda Ziegler-Nichols I, (Bachtiar dkk., 2011).

Tabel 2 Penalaan Ziegler-Nichols I

Pengendali	K_p	T_i	T_d
P	T/L	∞	0
PI	0,9T/L	L/0,3	0
PID	1,2T/L	2L	L/2

Sumber: Bachtiardkk., 2011

2.2 Karakteristik Sistem (*Plant*)

Sistem adalah sesuatu yang akan dikendalikan, dengan memasukan besaran tertentu maka sistem akan bereaksi menanggapi masukan tersebut. Tanggapan (*response*) ini merupakan

keluaran sistem yang dipengaruhi oleh masukannya. Kadangkala tanggapan/ keluaran sistem ini perlu disesuaikan dengan desain yang diinginkan sehingga biasanya ditambahkan kedalam sistem suatu blok atau rangkaian pengendali yang berfungsi untuk memperbaiki unjuk kerja (karakteristik) dari keluaran sistem. Persamaan fungsi alih loop tertutup (umpan balik sama dengan satu) sistem orde dua dalam bentuk Laplace dinyatakan seperti persamaan (6) (Ajit K. M., 2006).

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6)$$

dengan:

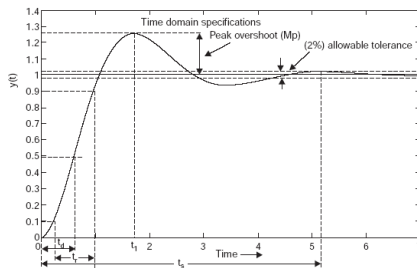
$Y(s)$: keluaran (output) sistem,

$X(s)$: masukan (input) sistem,

ω_n : frekuensi alami (natural) sistem,

ζ : koefisien peredaman sistem.

Keluaran sistem dapat ditunjukkan oleh sebuah kurva sebagai suatu besaran tertentu fungsi waktu. Parameter keluaran sistem orde dua dengan masukan sinyal langkah (*input step*) dapat dilihat pada kurva Gambar 3 sebagai berikut (Ajit K.M., 2006),



Sumber: Ajit K. M., 2006

Gambar 3 Kurva tanggapan keluaran sistem (*plant*)

Kurva Gambar 3 diketahui mempunyai parameter-parameter sebagai karakteristik keluaran dari sistem yang mencirikan sistem tersebut, parameter-parameter ini pada sistem orde dua terhadap masukan *unit step*, adalah:

1. Waktu tunda (*delay time*), t_d
Ukuran waktu yang menyatakan faktor keterlambatan respon output terhadap input, diukur mulai $t = 0$ s/d respon mencapai 50% dari respon *steady state*.
2. Waktu naik (*rise time*), t_r
Waktu naik adalah ukuran waktu yang di ukur mulai dari respon $t = 0$ sampai dengan respon memotong sumbu *steady state* yang pertama.
3. Waktu puncak (*peak time*), t_p
Waktu puncak adalah waktu yang diperlukan respon mulai dari $t=0$ hingga mencapai puncak pertama *overshoot*.
4. *Overshoot* maksimum, M_p

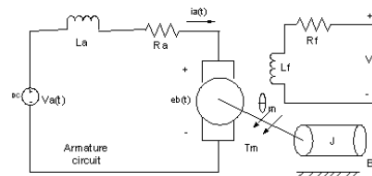
Nilai relatif yang menyatakan perbandingan antara nilai maksimum respon (*overshoot*) yang melampaui nilai *steady state* dibanding dengan nilai *steady state*.

5. Waktu tunak (*settling time*), t_s
Waktu tunak adalah ukuran waktu yang menyatakan respon telah masuk $\pm 5\%$, atau $\pm 2\%$, atau $\pm 0.5\%$ dari keadaan *steady state*.

Untuk maksud pengendalian kelima parameter ini akan ditentukan nilainya sesuai dengan keperluan pengendalian sistem.

2.3 Sistem (*Plant*) Motor DC Eksitasi Konstan

Motor dc dapat dimodelkan dengan kombinasi struktur listrik dan struktur mekanik. Struktur listrik adalah model rangkaian listrik dari belitan armatur yaitu tahanan yang terhubung seri dengan impedans belitan armatur. Struktur mekanik adalah momen inersia di rotor dan beban serta gesekan yang terjadi karena ada pergerakan mekanik. Rangkaian skematik untuk model motor dc ditunjukkan oleh Gambar 1 (Endra dkk., 2008).



Sumber: Endra dkk., 2008

Gambar 4 Model motor DC

Dari rangkaian listrik dapat dibuat persamaan tegangan menurut hukum Kirchhoff tegangan seperti dinyatakan oleh persamaan (7).

$$v_s(t) = Ri_a(t) + L \frac{di_a(t)}{dt} + e_b(t) \quad (7)$$

dengan

R : tahanan belitan armatur (Ω),

L : impedans belitan armatur (H),

$i_a(t)$: arus armatur (A),

$e_b(t)$: tegangan induksi di armatur (V),

$v_s(t)$: tegangan terminal motor (V).

$e_b(t)$ adalah tegangan induksi yang tergantung pada putaran sudut $\omega(t)$,

Bila kutub motor adalah magnet permanen maka, diperoleh persamaan (8) sebagai berikut,

$$v_s(t) = Ri_a(t) + L \frac{di_a(t)}{dt} + K_1 \omega(t) \quad (8)$$

Untuk struktur mekanik yang mengacu pada hukum Newton, diperoleh persamaan torsi seperti persamaan (9),

$$\tau(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) = K i_a(t) \quad (9)$$

dengan:

- J : momen inersia motor ($\text{kg.m}^2/\text{s}^2$),
- B : konstanta redaman mekanis (Nms),
- K : konstanta motor.

Dengan mensubstitusi persamaan (7) dan (9) kemudian dinyatakan dalam kawasan frekuensi diperoleh,

$$\frac{\omega(s)}{V_s(s)} = \frac{K}{(B + sJ)(R + sL) + K_1 K} \quad (10)$$

dengan $K_1 = K$ maka persamaan (10) disusun kembali menjadi,

$$\frac{\omega(s)}{V_s(s)} = \frac{K}{LJ s^2 + (BL + RJ)s + BR + K^2} \quad (11)$$

Data fisik motor DC eksitasi konstan yang dipakai ditunjukkan oleh Tabel 3 (Khoirudin F. dkk., 2016).

Tabel 3 Data motor dc

Momen inersia, J	0,01 kg.m ² /s ²
Redaman sistem mekanik, B	0,1 Nms
Konstanta motor, K	0,01 Nm/A
Resistans, R	1 ohm
Induktans, L	0,5 H

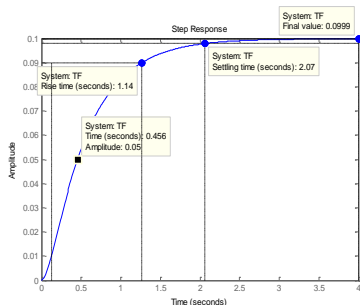
Sumber: Khoirudin F. dkk., 2016

Dengan menggunakan data-data dari Tabel 3 dan persamaan (11), yang kemudian disimulasikan di program matlab sebagai berikut,

```

R=1;
L=0.5;
J=0.01;
B=0.1;
K=0.01;
num=[K];
den=[L*J B*L+R*J B*R+K^2];
TF=tf(num,den);
step(TF,4);
    
```

diperoleh tanggapan keluaran moto DC seperti kurva Gambar 5.



Sumber: Hasil simulasi peneliti, 2020

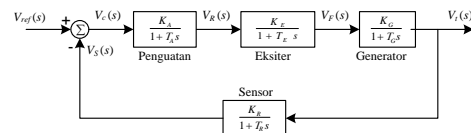
Gambar 5 Tanggapan keluaran loop terbuka motor DC eksitasi konstan

Gambar 5 adalah hasil simulasi dari motor DC eksitasi konstan dengan parameter yang ada pada Tabel 3 dan masukan langkah satuan. Dari kurva ini

terlihat bahwa waktu tunda (*delay time*, t_d) 0,456 detik, waktu naik (*rise time*, t_r) 1,14 detik, waktu mencapai 2% kondisi tunak (*settling time*, t_s) 2,07 detik dan waktu mencapai kondisi tunak (*steady state*) 4 detik tanpa *overshoot*. Dengan masukan langkah satuan (*set-point* bernilai 1 satuan) terlihat dari kurva kondisi tunak dari tanggapan keluaran berada pada nilai 0,1 satuan, itu berarti terjadi kesalahan keadaan tunak sebesar 0,9 satuan atau 90%. Dengan demikian perbaikan yang akan dilakukan adalah: memperbaiki kesalahan keadaan tunak (*steady-state error*) dan memperpendek waktu transien agar lebih singkat mencapai kondisi tunak (lebih kecil dari 4 detik). Ditinjau dari fungsi alih loop terbuka motor DC eksitasi konstan merupakan sistem orde dua seperti persamaan (11), dengan demikian sistem *plant* motor DC eksitasi konstan adalah sistem orde dua.

2.4 Sistem (*Plant*) Automatic Voltage Regulator (AVR) Generator

Model diagram blok AVR seperti ditunjukkan oleh Gambar 6 (Saadat H. hal. 557, 1999).



Sumber: Saadat H, 1999

Gambar 6 Diagram blok AVR

Fungsi alih *loop* terbuka blok AVR adalah:

$$KG(s)H(s) = \frac{K_A K_E K_G K_R}{(1+T_A s)(1+T_E s)(1+T_G s)(1+T_R s)} \quad (12)$$

dan fungsi alih *loop* tertutupnya sebagaimana menjadi,

$$\frac{V_i(s)}{V_{ref}(s)} = \frac{K_A K_E K_G K_R (1+T_R s)}{(1+T_A s)(1+T_E s)(1+T_G s)(1+T_R s) + K_A K_E K_G K_R} \quad (13)$$

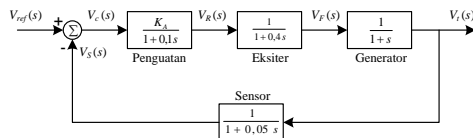
Parameter untuk setiap blok yang direkomendasikan oleh IEEE untuk jenis sistem eksitasi Tipe 1 diperlihatkan pada Tabel 4 (Saadat H. hal. 557, 1999).

Tabel 4 Nilai parameter AVR

K_A	Ditentukan berdasarkan analisis kestabilan sistem
T_A	0,06 - 0,2
K_E	1
T_E	0,4
K_G	1
T_G	1
K_R	1
T_R	0 - 0,06

Sumber: Saadat H, 1999

Dengan memasukan parameter-parameter AVR yang telah dipilih ke diagram blok Gambar 6, maka diperoleh Gambar 7.



Sumber: Saadat H. hal. 557, 1999

Gambar 7 Model numeris diagram blok AVR

Fungsi transfer loop terbuka dari sistem AVR yang ditunjukkan oleh Gambar 8 adalah:

$$KG(s)H(s) = \frac{500 K_A}{s^4 + 33,5s^3 + 307,5s^2 + 775s + 500}$$

Persamaan karakteristik dari diagram blok Gambar 6 adalah:

$$1 + KG(s)H(s) = 1 + \frac{500 K_A}{s^4 + 33,5s^3 + 307,5s^2 + 775s + 500} = 0$$

Dengan menyelesaikan persamaan karakteristik diperoleh polinomial pangkat sebagaimana persamaan (20)

$$s^4 + 33,5s^3 + 307,5s^2 + 775s + 500 + 500K_A = 0 \quad (14)$$

Selanjutnya untuk memperoleh selang nilai K_A yang sesuai agar keluaran AVR stabil, maka polinomial pangkat persamaan (14) dapat diselesaikan dengan Metode Kestabilan Routh-Hurwitz (Raven hal. 257-259: 1995) yang disusun dalam Routh-Hurwitz array (baris Routh-Hurwitz) sebagai berikut,

S^4	1	307,5	500 + 500 K_A
S^3	33,5	775	0
S^2	284,365	500 + 500 K_A	0
S^1	58,9 $K_A - 716,1$	0	0
S^0	500 + 500 K_A		

Kestabilan sistem dapat tercapai jika di kolom pertama baris Routh-Hurwitz nilai-nilainya mempunyai tanda yang sama (positif atau negatif), itu berarti bahwa kutub-kutub pada polinomial persamaan karakteristik sistem (akar-akar kompleks s) mempunyai nilai real yang negatif, sehingga selang K_A yang membuat sistem AVR ini stabil adalah:

$$-1 < K_A < 12,6.$$

dengan memilih $K_A = 10$, maka berdasarkan Gambar 8, persamaan (19) dan Tabel 4 diperoleh fungsi alih loop tertutup sistem AVR adalah:

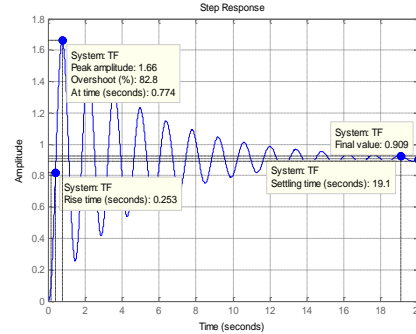
$$\frac{V_o(s)}{V_{ref}(s)} = \frac{25 K_A (s + 20)}{s^4 + 33,5s^3 + 307,5s^2 + 775s + 500 + 500 K_A} \quad (15)$$

Simulasi menggunakan Program Matlab dengan input langkah (step) dan daftar program sebagai berikut,

$$KA=10;$$

```
num=KA*[25 500];
den=[1 33.5 307.5 775 500+500*KA];
TF=tf(num,den);
step(TF,20);
```

diperoleh tanggapan keluaran AVR seperti Gambar 8.



Sumber: Penulis, 2020

Gambar 8 Tanggapan keluaran AVR

Untuk domain waktu spesifikasi unjuk-kerja dilihat dari nilai-nilai berikut,

- Waktu puncak (*peak time*) = 0,774 detik
- Waktu naik (*rise time*) = 0,253 detik
- Settling time = 19,1 detik
- % Overshoot = 82,8%

Hasil simulasi menunjukkan bahwa osilasi masih sangat tinggi, *overshoot* cukup besar, waktu turun (*settling time*) masih panjang dan kesalahan keadaan tunak sebesar 9%. Hal-hal tersebut menunjukkan bahwa kondisi peralihan dari tanggapan keluaran masih belum memuaskan. Dilihat dari blok kendali AVR maka sistem ini mempunyai fungsi alih berode lebih dari dua.

2.5 Penentuan Garis Singgung pada Suatu Kurva

Garis singgung merupakan sebuah garis lurus yang menyinggung atau bersentuhan pada suatu titik di sebuah kurva. Garis singgung dapat dinyatakan sebagai persamaan linier sebagai berikut (Varberg D. et al., hal. 21, 2007),

$$y = mx + c \quad (16)$$

dengan:

- m = koefisien arah dari garis singgung,
- c = titik perpotongan garis pada sumbu y .

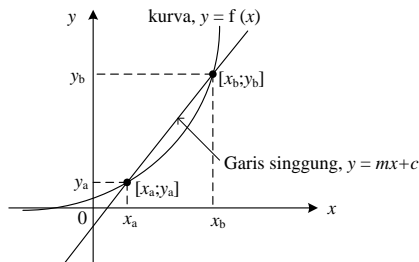
Selanjutnya bila garis singgung tersebut menyentuh dua titik x_a, y_a dan x_b, y_b pada sebuah kurva maka persamaan garis singgungnya menjadi ,

$$\frac{y - y_a}{y_b - y_a} = \frac{x - x_a}{x_b - x_a}$$

sehingga,

$$y = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} (x - x_a) + y_a = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} x - \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} x_a + y_a \quad (17)$$

dengan $m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$ dan $c = -\frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} x_a + y_a$, maka persamaan (17) adalah persamaan linier seperti persamaan (16). Gambar 9 memperlihatkan garis singgung menyentuh dua titik pada kurva $y = f(x)$. Ini dapat diartikan bahwa persamaan (23) menyatakan arah garis singgung sejajar dengan kurva $y = f(x)$ di titik a dan b.



Sumber: Penulis, 2020

Gambar 9 Grafik persamaan garis singgung di dua titik pada sebuah kurva

Bila garis singgung arah a-b melewati suatu titik lain di kurva tersebut yaitu di titik $[x_1, y_1]$, maka titik ini dapat pula disutitisi kedalam persamaan (17) untuk memperoleh nilai c baru (c') yang merupakan nilai perpotongan garis singgung dengan sumbu y . Nilai c ini persamaannya adalah:

$$y_1 = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} x_1 + c'$$

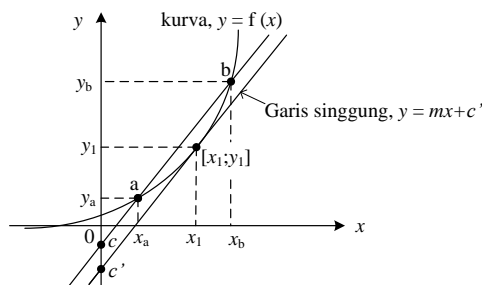
sehingga,

$$m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \text{ dan } c' = y_1 - \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} x_1$$

dengan demikian persamaan (23) yang melewati titik $[x_1, y_1]$ adalah:

$$y = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} x + y_1 - \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} x_1 \quad (24)$$

Ilustrasi persamaan (25) ditunjukkan oleh Gambar 10.



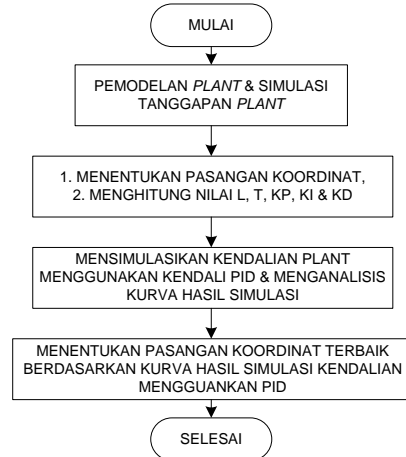
Sumber: Penulis, 2020

Gambar 10 Garis singgung arah a-b yang melewati titik $[x_1, y_1]$

3. METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian dilakukan dengan memodelkan karakteristik fisik dari *plant* motor DC eksitasi konstan dan AVR dalam bentuk persamaan

matematika sebagai fungsi alih *plant*. Selanjutnya dari persamaan fungsi alih *plant* yang telah diberikan data fisik *plant*, disimulasikan menggunakan matlab untuk mendapatkan kurva tanggapan keluaran *plant*. Alur penelitian ini dapat dilihat pada diagram alir Gambar 11.



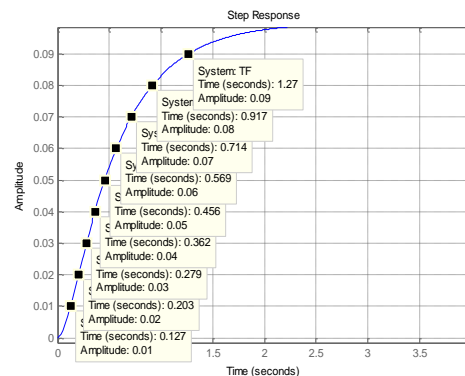
Sumber: Penulis, 2020

Gambar 11 Diagram alir penelitian

4. PEMBAHASAN

4.1. *Plant* Motor DC Eksitasi Konstan

Pengambilan pasangan kordinat pada tanggapan keluaran *plant* adalah titik lebih kecil dari 50% kondisi tunak sebagai koordinat pertama $[x_a; y_a]$ dan titik lebih besar dari 50% kondisi tunak sebagai koordinat kedua $[x_b; y_b]$ yang melewati kordinat 50% kondisi tunak $[x_1; y_1]$. Hal ini diilustrasikan oleh Gambar 12.



Sumber: Penulis, 2020

Gambar 12 Titik-titik koordinat kurva keluaran motor DC eksitasi konstan

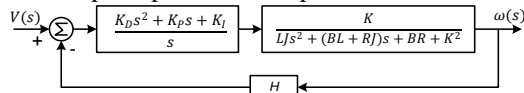
Untuk mendapatkan pasangan nilai-nilai koordinat dihitung dengan persamaan (22) dan (23), sehingga hasilnya dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5 Nilai-nilai L, T, T_i, T_d, K_p, K_I dan K_D motor DC

% TUNAK	L	T	T_i	T_d	K_p	K_I	K_D
40%-60%	0.0615	1.0350	0.1230	0.0308	20.1951	164.1880	0.6210
30%-70%	0.0877	1.0875	0.1755	0.0439	14.8718	84.7396	0.6525
20%-80%	0.1390	1.1900	0.2780	0.0695	10.2734	36.9546	0.7140
10%-90%	0.2584	1.4288	0.5168	0.1292	6.6357	12.8412	0.8573

Sumber: Penulis, 2020

Mengacu pada persamaan (5) dan (17) rangkaian kendali loop tertutup dengan menggunakan pengendali PID dengan umpan balik satuan dapat diperlihatkan seperti Gambar 13.



Sumber: Penulis, 2020

Gambar 13 Blok kendali PID untuk motor DC eksitasi konstan

Fungsi alih loop tertutup bagan kendali Gambar 13, dengan umpanbalik $H = 1$, maka didapat persamaan,

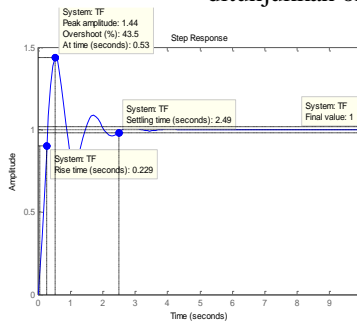
$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K K_D s^2 + K K_P s + K K_I}{L J s^3 + (B L + R J + K_D K) s^2 + (B R + K^2 + K_P K) s + K_I K} \quad (25)$$

Hasil simulasi untuk kelima kondisi tersebut kurva tanggapan keluarannya motor DC ditunjukkan sebagai berikut, untuk koordinat 40% kondisi tunak dan 60% kondisi tunak.

Langkah pemrograman di matlab sebagai berikut,

```
R=1;
L=0.5;
J=0.01;
B=0.1;
K=0.01;
KP=20.1951;
KI=164.1880;
KD=0.6210;
num=[K*KD K*KP K*KI];
den=[L*J B*L+R*J+K*KD B*R+K^2+K*KP
K*KI];
TF=tf(num,den);
step(TF,10);
```

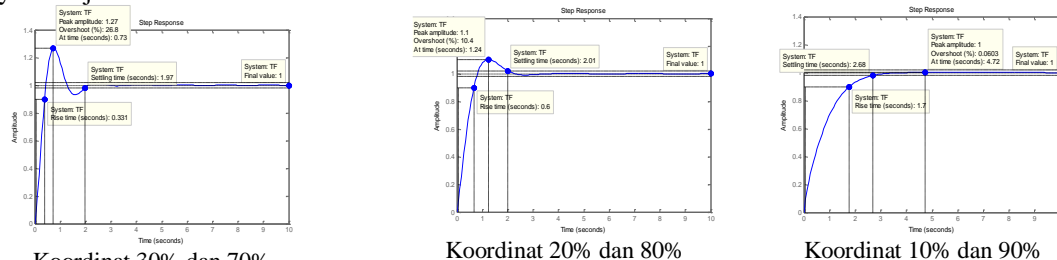
Kurva tanggapan keluaran hasil simulasi ditunjukkan oleh Gambar 14.



Sumber: Penulis, 2020

Gambar 14 Hasil simulasi untuk koordinat 40% dan 60% kondisi tunak motor DC

Selanjutnya untuk koordinat-koordinat kondisi tunak yang lain dilakukan seperti langkah di atas, hasilnya ditunjukkan oleh Gambar 15.



Sumber: Hasil simulasi, 2020

Gambar 15 Hasil simulasi dari 30%-70% s/d 10%-90% kondisi tunak motor DC

Hasil simulasi yang dilakukan pada keempat pasang koordinat tanggapan plant motor DC menggunakan pengendali PID dan optimasi/tuning

di program matlab nilai-nilainya dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6 Parameter tanggapan keluaran motor DC dengan pengendali PID

KONDISI	RISE TIME	SETTLING TIME	PEAK TIME	OVERSHOOT
SISTEM M.DC	1.14	2.07	-	-
40%-60%	0.229	2.49	0.53	43.5% (1.44)
30%-70%	0.331	1.97	0.73	26.8% (1.27)
20%-80%	0.6	2.01	1.24	10.4% (1.1)
10%-90%	1.7	2.68	4.72	0.0603% (1)
TUNNING	0.376	1.26	-	9.23%

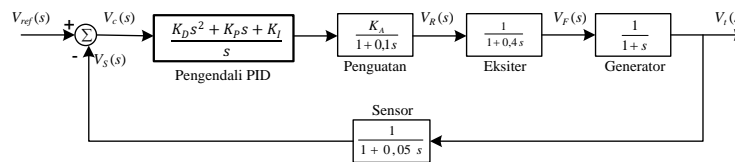
Sumber: Hasil analisis, 2020

Melihat nilai-nilai parameter kendali untuk *plant* motor DC eksitasi konstan yang dikendalikan dengan pengendali PID, parameter *rise-time* bernilai lebih kecil dari nilai tanggapan *plant*. Ini berarti dengan pengendali PID *plant* lebih cepat bereaksi mencapai nilai tunak, kecuali nilai pasangan koordinat 10% - 90%. Demikian juga dengan *settling-time* nilai kendali PID mendekati atau lebih kecil dari nilai tanggapan *plant*. Dengan menggunakan kendali PID tanggapan sistem mengalami *overshoot*, akan tetapi secara keseluruhan dari kendalian PID mencapai kondisi tunak dengan tidak beresilasi. Jika dibandingkan dengan karakteristik kendali tanggapan keluaran kendali PID hasil optimasi oleh program matlab, maka karakteristik kendali tanggapan keluaran yang dihasilkan oleh pasangan koordinat 30% - 70% dan 20% - 80% lebih mendekati.

Dengan demikian garis singgung yang diperoleh dari pasangan koordinat 30% - 70% dan 20% - 80% pada tanggapan keluaran sistem motor DC eksitasi konstan (sistem teredam) dapat dipakai untuk menentukan konstanta-konstanta pengendali PID dengan mempertimbangkan karakteristik nilai-nilai waktu dan kondisi *overshoot*-nya. Dilihat dari kestabilan sistem maka keempat pasangan koordinat ini dapat dipakai untuk menentukan konstanta pengendali PID pada sistem/*plant* yang mempunyai tanggapan keluaran teredam.

4.2. Plant AVR

Model pengendali AVR ditunjukkan seperti Gambar 17 yaitu kendali PID disisipkan pada blok kendali loop tertutup AVR (Gambar 7).



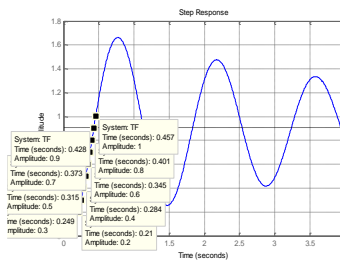
Sumber: Hasil analisis, 2020

Gambar 17 Blok kendali PID untuk AVR

Blok kendali AVR (Penguat, Eksiter dan Generator) dan Pengendali PID menghasilkan fungsi alih loop tertutup yaitu,

$$\frac{V_t(s)}{V_{ref}(s)} = \frac{K_D K s^3 + (0,05 K_P K + K_D K) s^2 + (0,05 K_I K + K_P K) s + K_I K}{0,002 s^5 + 0,067 s^4 + 0,6154 s^3 + (1,55 + K_D K) s^2 + (1 + K_P K) s + K_I K} \tag{26}$$

Tanggapan keluaran AVR setelah disimulasikan pada program matlab mempunyai titik-titik koodinat seperti ditunjukkan oleh Gambar 18.



Sumber: Hasil simulasi, 2020

Gambar 18 Titik-titik koordinat kurva keluaran AVR

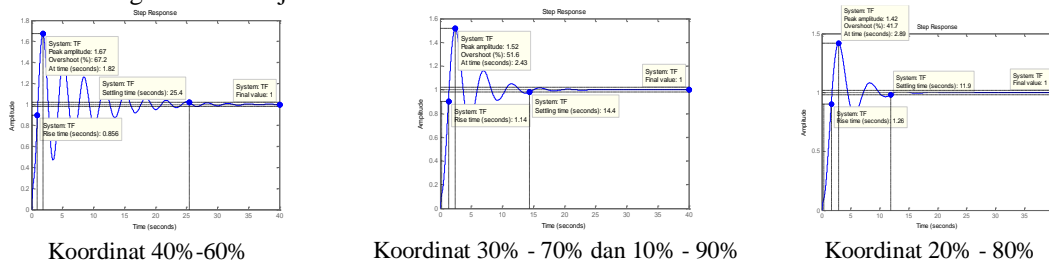
Perhitungan untuk sistem AVR dilakukan seperti pada motor DC eksitasi konstan. Hasil perhitungan untuk setiap koordinat yang ada pada tanggapan keluaran sistem AVR dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7 Nilai-nilai L, T, T_i, T_d, K_p, K_I dan K_D AVR

% TUNAK	L	T	T_i	T_d	K_p	K_I	K_D
40%-60%	0.1625	0.0200	0.3250	0.0813	0.1477	0.4544	0.0120
30%-70%	0.1600	0.0100	0.3200	0.0800	0.0750	0.2344	0.0060
20%-80%	0.1558	0.0067	0.3117	0.0779	0.0513	0.1647	0.0040
10%-90%	0.1600	0.0100	0.3200	0.0800	0.0750	0.2344	0.0060

Sumber: Penulis, 2020

Hasil simulasi untuk keempat kondisi tersebut mendapatkan kurva tanggapan keluarannya AVR yang dikendalikan dengan PID ditunjukkan oleh Gambar 19.



Sumber: Penulis, 2020

Gambar 19 Hasil simulasi dari 40%-60% s/d 10%-90% kondisi tunak AVR

Parameter tanggapan keluaran AVR yang dikendalikan dengan pengendali PID yaitu *rise-time*, *settling-time*, *peak-time* dan *overshoot* serta hasil penalaan dengan blok PID program matlab ditampilkan pada Tabel 8.

Tabel 8 Parameter tanggapan keluaran AVR dengan pengendali PID

KONDISI	RISE TIME	SETTLING TIME	PEAK TIME	OVERSHOOT
SISTEM AVR	0.253	19.1	0.774	82.8% (1.66)
40%-60%	0.856	25.4	1.82	67.2% (1.67)
30%-70%	1.14	14.4	2.43	51.6% (1.52)
20%-80%	1.26	11.9	2.89	41.7% (1.42)
10%-90%	1.14	14.4	2.43	51.6% (1.52)
TUNNING	1.2	4.09	-	8.1% (1.08)

Sumber: Hasil analisis, 2020

Penerapan garis singgung untuk menentukan konstanta PID yang diperoleh dari titik-titik koordinat tanggapan keluaran sistem AVR menghasilkan keluaran kendali AVR yang stabil. Hasil dari penerapannya meningkatkan nilai waktu *rise-time* tetapi menurunkan nilai waktu *settling-time* (kecuali koordinat 40%-60% 25,4 detik), *overshoot* turun sangat signifikan dari 82,8% menjadi 41,7% pada koordinat 20%-80%.

Dari nilai-nilai pada Tabel 8 penerapan metode Ziegler-Nichols tipe 1 dengan garis singgung diperoleh dari pasangan koordinat tanggapan keluaran *plant* dapat memperbaiki

tanggapan keluaran sistem yang dikendalikan oleh pengendali PID dengan mempercepat waktu mencapai kondisi tunak (*settling-time*) dan memperkecil amplitude *overshoot* serta mengurangi periode osilasi pada sistem/*plant* tak-teredam (*under-damping*). Dengan demikian keempat pasangan koordinat ini dapat dipakai untuk menentukan posisi garis singgung secara analitis dalam menentukan konstanta pengendali PID pada sistem/*plant* dengan tanggapan keluaran tidak teredam.

5. PENUTUP

5.1. KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwa:

1. Garis singgung yang diperoleh secara analitis dari titik-titik koordinat kurva tanggapan keluaran sistem/*plant* dapat digunakan untuk menentukan konstanta pengendali PID (K_P , K_D dan K_I) pada sistem tidak-teredam (*under-damping*) dan teredam (*damped*), 2. Garis singgung yang diperoleh dari pasangan koordinat 30% - 70% dan 20% - 80% dapat dipakai secara spesifik (optimal) untuk menentukan konstanta-konstanta pengendali PID pada tanggapan keluaran sistem teredam (motor DC eksitasi konstan) dan sistem tidak-teredam (AVR) yang menghasilkan unjuk kerja sistem yang baik.

5.2. SARAN

Untuk mendapatkan garis singgung yang lebih akurat dapat memperbanyak pengambilan pasangan koordinat dari kurva tanggapan keluaran sistem/*plant*.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdul Aziz Ishak, Muhammed Azlan Hussain, 2000, Reformulation of the Tangent Method for PID Controller Tuning, Proceeding to TENCON2000, IEEE Region 10, Kuala Lumpur, Malaysia
- Ajit K. Mandal, 2006, Introduction to Control Engineering (Modeling, Analysis and Design), New Age International (P) Limited, Publishers, New Delhi, India
- Endra, Linawati, Nunika Marta, Rafiq Zubaida, 2008, Simulasi *Auto-Tuning* untuk Motor DC menggunakan Metode *Multiple Integrations*, Jurnal Teknik Komputer, vol. 18, No. 2, hal. 123-139
- Kambiz Arab Tehrani, Augustin Mpanda, 2012, PID Control Theory, <http://www.intechopen.com/books/introduction-to-pid-controllers-theory-tuning-andapplication-to-frontier-areas/theory-of-pid-and-fractional-order-pid-fopid-controllers>
- Khoirudin Fathoni and Alfa Faridh Suni, 2016, Perancangan Kendali Kecepatan Motor Arus Searah Menggunakan Metode Root Lcos, Jurnal Teknik Elektro vol. 8, no. 2
- K.J. Astrom, T. Hagglund, 2004, Revisiting the Ziegler-Nichols Step Response Method for PID Control, Journal of Process Control, Elsevier Ltd
- Mochamad Mobed Bachtiar, Bima Sena Bayu D., A.R. Anom Besari, Sistem Kontrol *Inverted Pendulum* pada *Balancing Mobile Robot*, Publikasi Politeknik Elektronika Negeri Surabaya

- Pandapotan Siagian, 2011, Simulasi Matlab untuk Perancangan PID Controler, Jurnal PROCESSOR vol. 6, no. 1, Februari 2011 – STIKOM Dinamika Bangsa, Jambi
- Raven H. Francis, 1995, *Automatic Control Engineering*, International Edition, McGraw-Hill, Singapore
- Saadat Hadi, 1999, *Power System Analysis*, International Edition, McGraw-Hill, Singapore
- Varberg D, Purcell E.J and Rigdon S.E., 2007, Kalkulus Jilid 1, Edisi ke-9, Penerbit Erlangga, Jakarta
- Zaidir Jamal, 2015, Implementasi Kendali Pid Penalaan Ziegler-Nichols Menggunakan Mikrokontroler, Jurnal Informatika, vol. 15, no. 1